

# 独立分量分析在有噪图像分离中的应用

周卫东 赵浩 彭玉华

(山东大学信息科学与工程学院, 济南 250100)

**摘要** 独立分量分析(independent component analysis, ICA)是基于信号高阶统计量的盲源分离方法。在分析独立分量分析的基本模型及方法的基础上,讨论了有噪信号的独立分量分析(Noisy ICA),利用小波阈值去噪和FastICA算法进行了有噪混合图像分离的仿真研究。结果表明,对于含有加性观测噪声的混合图像的分离,先去噪处理再进行独立分量分离的效果要优于独立分量分离后再去噪的效果。

**关键词** 独立分量分析 小波阈值去噪 图像去噪 图像分离

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)02-0241-04

## Application of Independent Component Analysis on Noisy Image Separation

ZHOU Wei-dong, ZHAO Hao, PENG Yu-hua

(School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250100)

**Abstract** Independent Component Analysis(ICA) is a novel method for blind source separation based on high statistics. The basic model and methods of ICA are introduced, and then the ICA of noisy signals is discussed. The method of wavelet threshold de-noising and the algorithm of Fast ICA are studied with the simulation of noisy mixed image separation. The results show that for the mixed images with additive white Gaussian noise, it's better to de-noise the images before applying ICA than to apply ICA first and then de-noise the independent components.

**Keywords** independent component analysis, wavelet threshold de-noising, image de-noising, image separation

## 1 引言

独立分量分析(independent component analysis, ICA)是在盲源分离的研究过程中出现的一种全新的信号处理和数据分析方法,该方法基于信号的高阶统计量。其基本含义是在没有源信号和传输通道参数先验知识的情况下,按照统计独立的原则,通过选择判据和优化算法将信号分解成若干独立的源成分。ICA不仅实现了信号的去相关(二阶统计独立),而且要求各高阶统计量独立,因而分离效果比主分量分析要好,从而获得了广泛的应用。

在实际应用中,由于测量信号往往是若干独立

源信号的线性叠加,并且常含有观测噪声。因此,将现有的ICA算法直接用于含有噪声观测信号,往往无法获得理想的分离结果。如何分离这种含有噪声的混合信号中的独立分量,即开展有噪独立分量分析(Noisy ICA)的研究,是ICA问题的一个重要研究方向<sup>[1-7]</sup>。

小波分析在时域和频域同时具有良好的分辨率,利用多尺度分析方法,可以在不同的尺度下观测信号不同精度的局部特征<sup>[8]</sup>。由于信号和噪声在多尺度分析中表现出不同的传播行为,利用这一特性采用小波门限去噪方法可以对有噪信号进行去噪处理<sup>[9,10]</sup>。

本文讨论了含有噪声的ICA模型,并将小波阈

**基金项目:**山东省自然科学基金项目(Y2000C25)

**收稿日期:**2004-01-13;**改回日期:**2004-07-01

**第一作者简介:**周卫东(1964~),男,副教授,在职博士研究生。主要研究方向包括生物医学信号及图像处理、小波分析、神经网络、独立分量分析等。E-mail:wdzhou@sdu.edu.cn

值去噪方法和 ICA 方法结合起来,对含有噪声混合图像进行了分离,并对结果进行了对比和分析。

## 2 ICA 模型

设有  $n$  个未知的源信号  $s_i(t), i=1 \sim n$ , 构成一个列向量  $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$ ,  $A$  是一个  $m \times n$  维混合矩阵,  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$  是  $m$  维观测信号,  $n(t)$  为  $m$  维加性噪声, 且  $m \geq n$ , 则含有噪声的瞬时线性混合模型可表示为

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad (1)$$

如噪声可以忽略不计, 则 ICA 模型可以简化为

$$x(t) = As(t) \quad (2)$$

ICA 的命题是: 在  $x(t)$  已知和  $A$  未知的条件下, 通过求解一个解混矩阵  $W (W \in \mathbf{R}^{n \times m})$ , 通过  $y(t) = Wx(t)$ , 使  $y(t)$  逼近于源信号  $s(t)$ , 且  $y$  的各分量尽可能独立。进一步可得:

$$y(t) = Wx(t) = WAs(t) + Wn(t) \quad (3)$$

根据概率论中心极限定理, 多个独立随机变量之和的高斯性通常比原来任何一个的高斯性都要强。混合信号分离的过程, 就是使所得各分量非高斯性(即独立性)增强的过程。由于没有任何参照目标, 学习只能是自组织的。学习过程的第 1 步是建立一个以  $W$  为变量的目标函数  $J(W)$ , 如果某个  $W$  能使  $J(W)$  达到极值, 该  $W$  即为所需的解; 第 2 步是用一种有效的算法求  $W$ 。按照  $J(W)$  定义的不同和求  $W$  方法的不同, 可以构成各种 ICA 算法。总的说来, 目标函数的定义可以分为基于高阶统计和基于信息论的方法。含有噪声的独立分量分析即 Noisy ICA 的过程可以由图 1 表示。

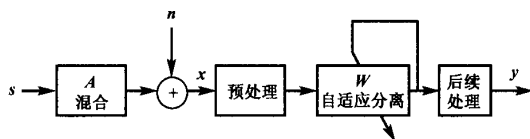


图 1 典型的 Noisy ICA 模型

Fig. 1 The general adaptive noisy ICA

## 3 小波门限法去噪

小波门限法去噪是基于小波变换多分辨率分析的一种方法。有噪信号经过小波变换的多分辨率逐级分解, 噪声离散细节信号的幅度随着小波变换尺

度的增长而不断减小, 但有用信号的小波变换系数与尺度的关系则不同, 在多尺度分析中呈现出不同的统计特性<sup>[5,6]</sup>。利用有噪信号小波变换的这一特性, 可以选择一个门限, 对信号小波变换后的各尺度离散细节进行门限处理, 然后将离散逼近信号和处理后离散细节经小波逆变换重构信号, 从而达到信号去噪的目的。

对信号进行门限处理包括软门限和硬门限两种。对原始信号  $y=x$  而言, 软门限处理公式为

$$y = \begin{cases} \text{sign}(x) \cdot (|x| - T) & |x| > T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

硬门限处理公式为

$$y = \begin{cases} x & |x| > T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可以看出, 软门限在将绝对值小于门限  $T$  的数据置零的同时, 将其他数据向零点收缩; 而硬门限仅仅将绝对值小于门限  $T$  的数据置零, 对其他数据没有进一步的处理。采用软门限方法产生的数据没有不连续点, 而采用硬门限方法产生的数据在给定的点  $T$  和  $-T$  处各有一个不连续点。实践证明, 软门限有着较好的数学特性。

## 4 有噪信号的独立分量分析

由于经典的 ICA 模型没有考虑噪声的存在, 用经典 ICA 算法对含有噪声的观测信号直接进行独立分量分析, 会产生较大的误差, 如式(3)所示。为此, 采用下面两种方法对有噪信号进行分离。

### (1) ICA 后进行去噪处理

先对观测信号进行独立分量分析, 再对分离结果式(3)进行去噪处理, 减少噪声引起的分离误差。本文采用小波软阈值去噪方法对分离出的独立分量进行处理。

### (2) 去噪后进行 ICA

当噪声混合模型如式(1)时, 可以先对混合信号进行去噪处理。该过程可采用各种滤波器滤波法、小波软硬阈值去噪法、模板大值去噪等方法, 以提高观测信号的信噪比, 更好地满足基本 ICA 方法的条件, 改善有噪信号中独立分量的分离效果。

如噪声信号的先验知识较为明确, 噪声的频率区间一定, 并能与有用信号相区别时, 可以采用各种滤波器滤波法进行滤波处理, 如工频干扰或其他高频干扰的消除。当噪声为非平稳噪声, 没有明确的

先验知识时,可以考虑采用具有多分辨率特性的小波变换去噪和模极大值去噪方法。

### 5 仿真实验及分析

实验取 3 幅  $256 \times 256$  的图像,将它们按逐行的方式转化为相应的 3 个一维信号,在随机混合后加入高斯白噪声,得到混合噪声图像。采用两种方法对其进行处理:第 1 种,先对观测信号利用 FastICA 算法<sup>[11]</sup>进行独立分量分析,再对分离出的各路独立分量进行小波阈值去噪;第 2 种,先对各路观测信号进行小波阈值去噪,再利用 FastICA 算法进行独立

分量分析。

仿真程序采用 MATLAB6.1 编写,采用 sym5 小波,对图像进行 2 层小波分解。使用小波独立阈值方法消噪,对 2 层分解后得到的小波高频水平系数、高频垂直系数和高频对角系数取软阈值处理,阈值分别为 50、60 和 60,然后根据处理结果,重构各图像。

当噪声较弱,如加入的高斯白噪声方差小于 0.015 时,两种方法的优劣不明显;但在较强噪声背景下,方法 2 的性能优势明显。加入的高斯白噪声方差为 0.02 时,利用这两种方法进行仿真对比实验,结果如图 2 所示。



(a) 源图像



(b) 高斯白噪声混合图像(方差为 0.02)



(c) 直接进行 ICA 后分离出的图像,ICA 前后均未去做去噪处理



(d) 采用第 1 种方法所获得的图像



(e) 采用第 2 种方法所获得的图像

图 2 直接 ICA 分离的图像和采用第 1、2 种方法分离出的图像

Fig. 2 The separated images using ICS, and the 1st and 2nd methods

对比图 2 中两种方法所分离出的图像,主观上可以看出,采用第 2 种方法所获得图像效果要好于第 1 种方法。以客观评价标准对分离结果进行分析对比,分别计算分离图像的峰值信噪比(PSNR)、以及与源图像的相关系数,结果如表 1 所示。

对像素为  $M \times N$  的图像,其 PSNR 定义为

$$PSNR = 10 \log \left[ \frac{255^2}{M \times N \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (X_{mn} - \hat{X}_{mn})^2} \right] \quad (6)$$

式中,  $X_{mn}$  和  $\hat{X}_{mn}$  分别为标准图像与待评价图像

表 1 采用两种方法分离图像的 PSNR 和相关系数  
Table 1 The comparison of PSNRs and correlative coefficients of the separated images using the 1st and 2nd methods

	PSNR (dB)			相关系数		
	直接 ICA	第 1 种方法	第 2 种方法	直接 ICA	第 1 种方法	第 2 种方法
Lena. bmp	38.738 1	50.468 6	51.909 0	0.776 6	0.923 3	0.938 7
rice. bmp	29.888 9	33.535 6	48.984 4	0.744 0	0.914 8	0.934 8
testpat. bmp	37.513 8	42.514 0	45.846 6	0.859 2	0.946 8	0.947 2

的第 $(m, n)$ 个像素的灰度值。

由上述实验结果可知,无论采用第 1 种或第 2 种方法,与直接进行 ICA 比较,峰值信噪比 PSNR 值都有很大的提高,同时相关系数也有不同程度的提高;对于含有加性观测噪声的混合图像,先对混合信号进行去噪,再进行独立分量的分离,能更有效地提高分离结果的 PSNR,同时相关系数也有所增加,图像的分离去噪效果更加明显。

## 6 结 论

本文讨论了小波阈值和 ICA 在噪声图像分离中的应用,并结合噪声图像进行了对比仿真实验。实验结果表明,对于含有传感器噪声的混合信号,无论噪声的强度如何,先对观测信号进行去噪,再进行独立分量分析,能有效地提升分离结果的峰值信噪比,效果良好。这是因为经典的 ICA 模型建立在没有测量噪声或噪声较小,可以忽略不计的前提下,用经典 ICA 算法对含有噪声的观测信号直接进行独立分量分析,会产生较大的误差。如果先对观测信号去噪,提高其信噪比,使之满足经典 ICA 的要求,故能获得较好的分离效果。这可能是第 2 种方法优于第 1 种方法的原因。

由于实际工作中采集的信号总是含有不同的噪声,如何更有效地应用 ICA,从而实现测量数据的盲分离,是值得深入研究的问题。本文采用小波独立软阈值方法消噪,但实际应用中,可以结合图像噪声的不同,利用不同的阈值选择算法,合理选择图像的各层阈值,将会取得更好的去噪效果。

### 参考文献 (Reference)

- Comon P. Independent component analysis, A new concept? [J]. *Signal Processing*, 1994, **36**(3):287~314.
- Paraschiv-Ionescu A, Jutten C. Source separation in strong noisy mixtures: a study of wavelet de-noising pre-processing[A]. In: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ASSP)* [C], Orlando, Florida, USA, 2002, **2**:1681~1684.
- Hyvarinen A. Fast ICA for noisy data using Gaussian moments[A]. In: *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)* [C], Orlando, Florida, USA, 1999, **5**:57~61.
- Paraschiv-Ionescu A, Jutten C, Aminian K, *et al.* Wavelet de-noising for highly noisy source separation[A]. In: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ASSP)* [C], Orlando, Florida, USA, 2002, **1**:201~204.
- Heinz Mathisa, Marcel Joho. Blind signal separation in noisy environments using a three-step quantizer [J]. *Neurocomputing*, 2002, **49**(1-4): 61~78.
- Sergiy Vorobyov, Andrzej Cichocki. Blind noise reduction for multisensory signals using ICA and subspace filtering, with application to EEG analysis [J]. *Biological Cybernetics*, 2002, **86**(4):293~303.
- Zhou W D, Jia L. Removal of noise and ECG artifact form EEG based on wavelet transform and independent component analysis. [J]. *Journal of Shandong University (Health Science)*, 2003, **41**(2):116~119. [周卫东, 贾磊. 小波变换和独立分量分析去除脑电信号中的噪声和干扰[J]. *山东大学学报(医学版)*, 2003, **41**(2):116~119.]
- Ddonoho D I. De-noising by soft-thresholding[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, **41**(3):613~626.
- Peng Y H. *Wavelet Transform and its Engineering Application* [M]. Beijing: Science Press, 1999:1~136. [彭玉华. *小波变换与工程应用* [M]. 北京:科学出版社, 1999:1~36.]
- Peng Y H. Image smoothing method based on discrete orthogonal wavelet transform[J]. *China Journal of Image and Graphics*, 1994, **4**(8):677~679. [彭玉华. 基于离散正交小波变换的图像去噪方法[J]. *中国图象图形学报(A版)*, 1999, **4**(8):677~679.]
- Hyvarinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999, **10**(3):626~634.